



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar  
DOI - REDIB - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

# Title: Matemáticas Aplicadas a problemas dinámicos (Respuesta de estructuras)

Author: María Sara Valentina, SÁNCHEZ-SALINAS

Editorial label ECORFAN: 607-8534  
BCUMex Control Number: 2018-01  
BCUMex Classification (2018): 181018-0101

Pages: 25  
RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.  
244 – 2 Itzopan Street  
La Florida, Ecatepec Municipality  
Mexico State, 55120 Zipcode  
Phone: +52 1 55 6159 2296  
Skype: ecorfan-mexico.s.c.  
E-mail: contacto@ecorfan.org  
Facebook: ECORFAN-México S. C.  
Twitter: @EcorfanC

[www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)

### Holdings

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic Republic
Spain	El Salvador	Republic of Congo
Ecuador	Taiwan	
Peru	Paraguay	Nicaragua



## OBJETIVO:

- Mostrar la aplicación de las matemáticas en el análisis de la vibración libre de una estructura. Ya que el análisis de una estructura en movimiento libre proporciona las propiedades dinámicas más importantes de la estructura, que son las frecuencias naturales y los correspondientes modos de vibración.





## Valores y vectores característicos

Sea  $V$  un espacio vectorial sobre  $K$  y sea  $T:V \rightarrow V$  un operador lineal. Si existe un vector  $\bar{v} \in V$ ,  $\bar{v} \neq \bar{0}$ , tal que:

$$T(\bar{v}) = \lambda \bar{v}$$

para algún  $\lambda \in K$ ; entonces se dice que  $\lambda$  es un valor característico de  $T$  y que  $\bar{v}$  es un vector característico de  $T$  correspondiente a  $\lambda$ .



## Valores y vectores característicos

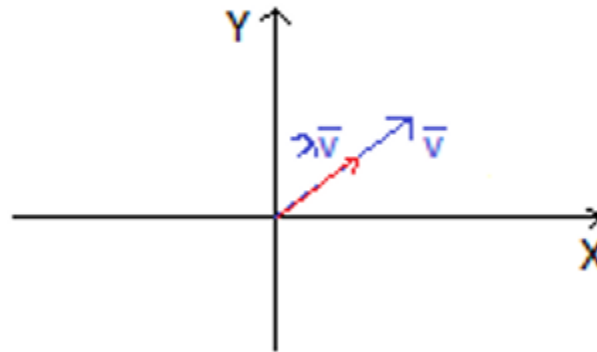
$\vec{v}$  es un vector propio  
es un eigenvector  
es un autovector

$\lambda$  es un valor propio  
es un eigenvalor  
es un autovalor

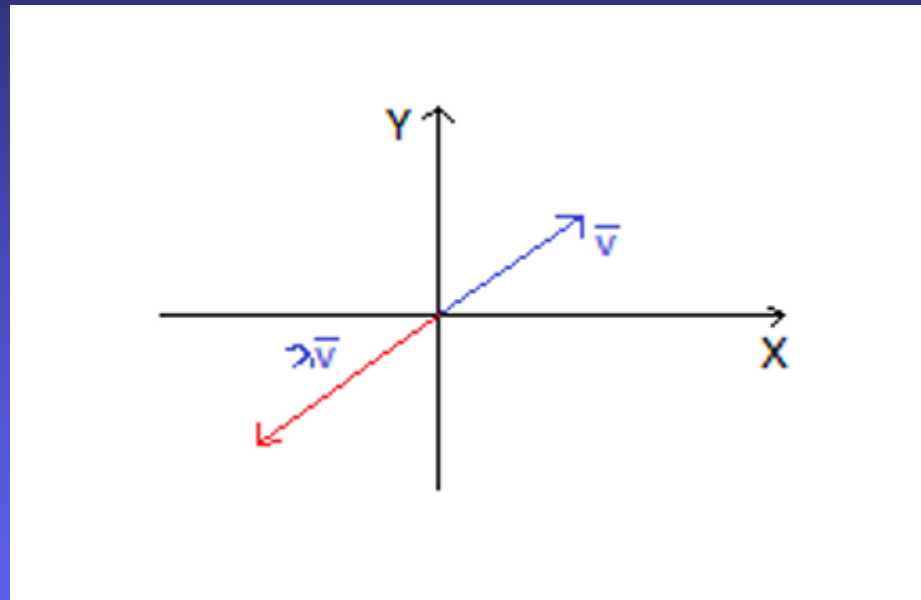


## *Valores y vectores característicos*

Geoméricamente:

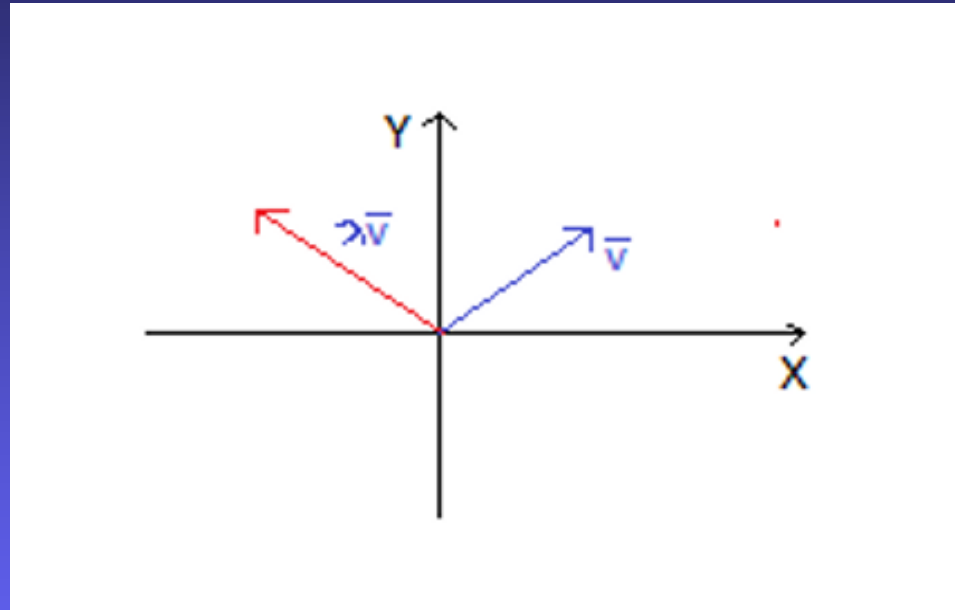


## *Valores y vectores característicos*





## *Valores y vectores característicos*





Obtención de los vectores y valores  
característicos:

$$T(\bar{v}) = \lambda \bar{v}$$

$$T(\bar{v}) = M_B^B(T)(\bar{v})_B = (\lambda \bar{v})_B$$

$$M_B^B(T)(\bar{v})_B - (\lambda \bar{v})_B = \bar{0}$$

$$M_B^B(T)(\bar{v})_B - \lambda I(\bar{v})_B = \bar{0}$$

$$(M_B^B(T) - \lambda I)(\bar{v})_B = \bar{0}$$





$$(A - \lambda I)\bar{x} = \bar{0}$$

$$p(\lambda) = |A - \lambda I| = 0$$

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$$

$$(A - \lambda_1 I)\bar{x} = \bar{0}$$

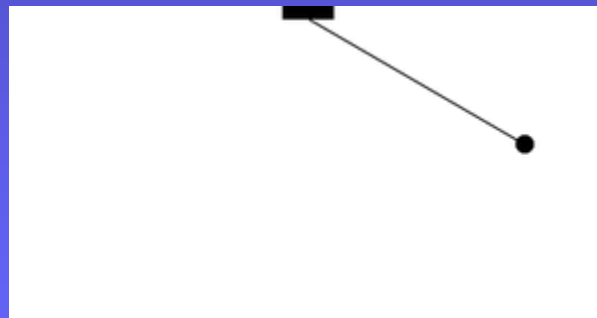
.

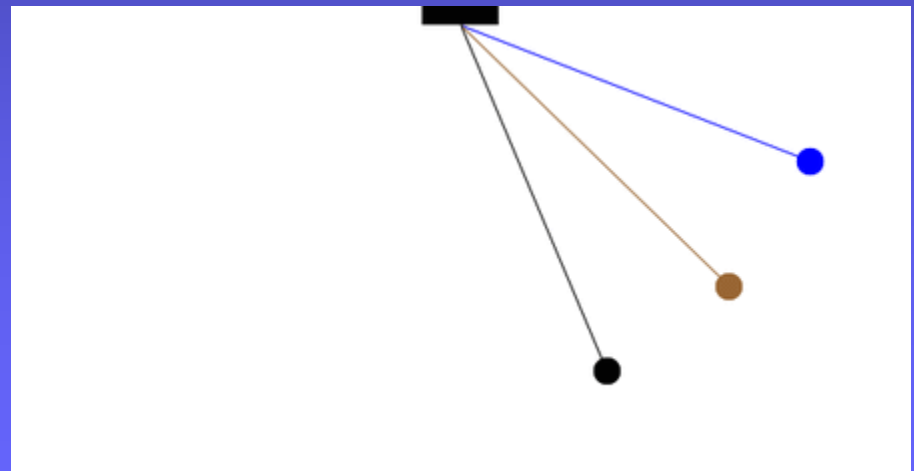
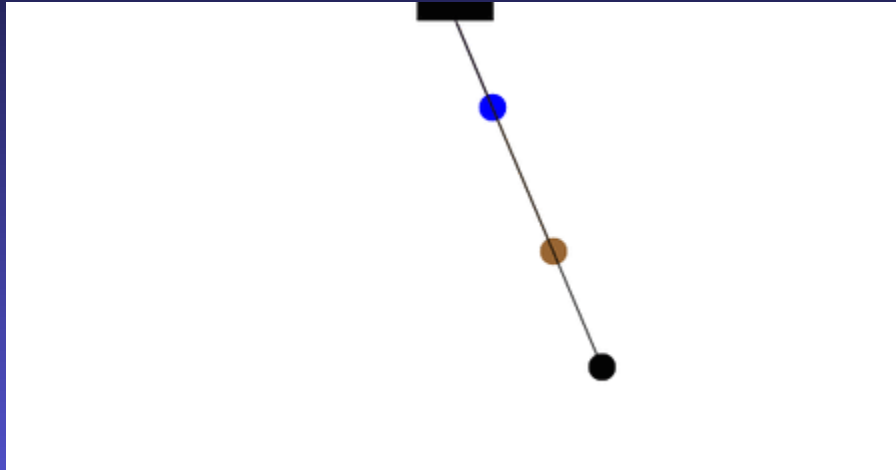
.

.

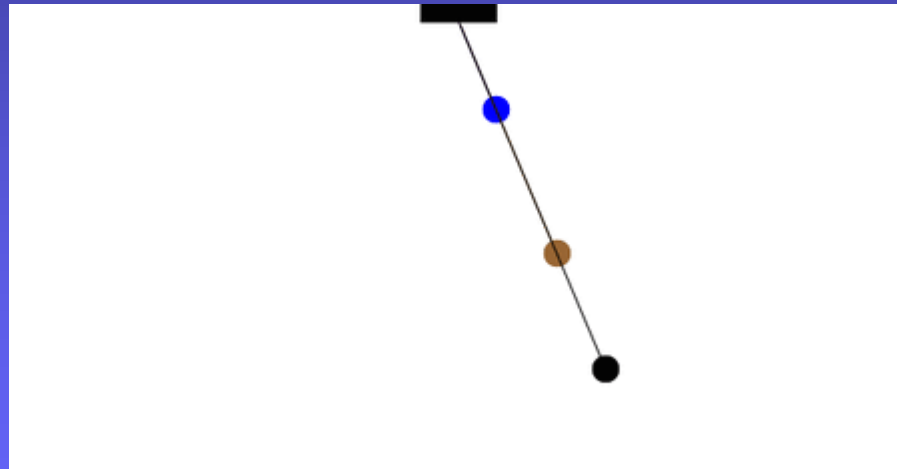
$$(A - \lambda_n I)\bar{x} = \bar{0}$$

**PERIODO.** Es el tiempo que tarda en ir y regresar una estructura al mismo punto, es decir completar un ciclo y siempre es el mismo.





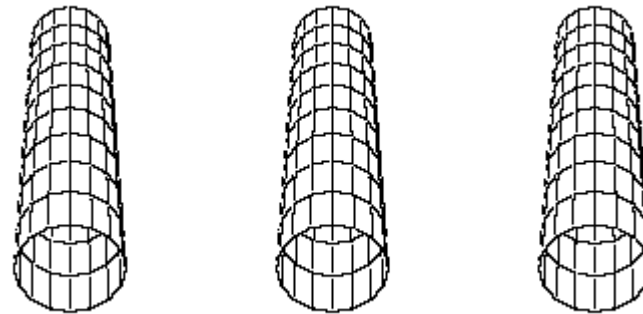
**FRECUENCIA.** Es el número de ciclos en una unidad de tiempo, es decir, es el inverso del periodo.



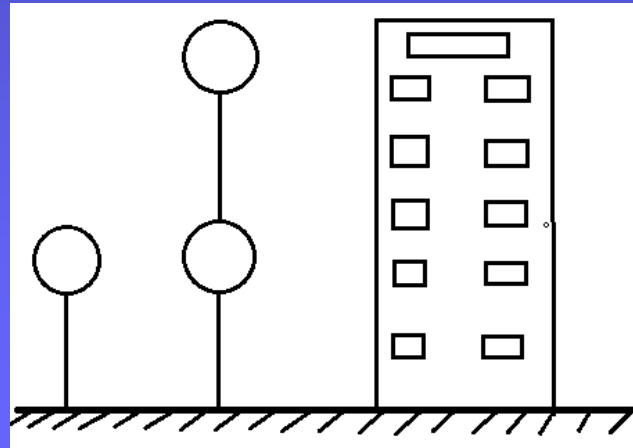


**RESONANCIA.** Se presenta cuando coinciden la frecuencia del sistema estructural con la frecuencia de la excitación.

**ANÁLISIS MODAL.** Es un método que describe la función de movimiento de una estructura como combinación lineal de sus modos naturales de vibración.



**GRADOS DE LIBERTAD.** En dinámica estructural, es el número de coordenadas independientes necesario para especificar la configuración o posición de un sistema en cualquier instante de tiempo.





**VIBRACIÓN LIBRE.** Se considera vibración libre, cuando una estructura no está sometida a excitación alguna (Fuerza o desplazamiento del soporte) y su movimiento está gobernado sólo por las condiciones iniciales.





## ECUACIÓN DE MOVIMIENTO DE UNA ESTRUCTURA (EDIFICIO SIMPLE)

$$[M]\{\ddot{y}\} + [K]\{y\} = \{o\} \dots\dots (I)$$



La solución a esta ecuación matricial es:

$$\{y\} = \{a\} \text{sen}(\omega t - \alpha)$$

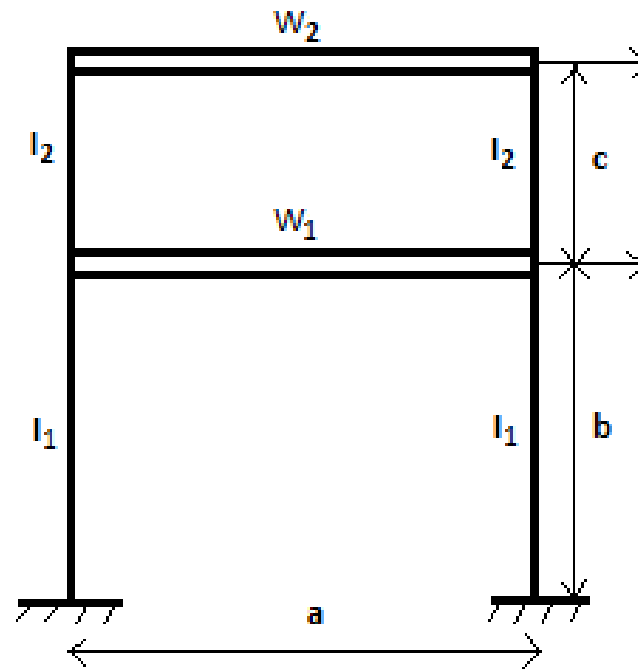
Sustituyendo en (I)

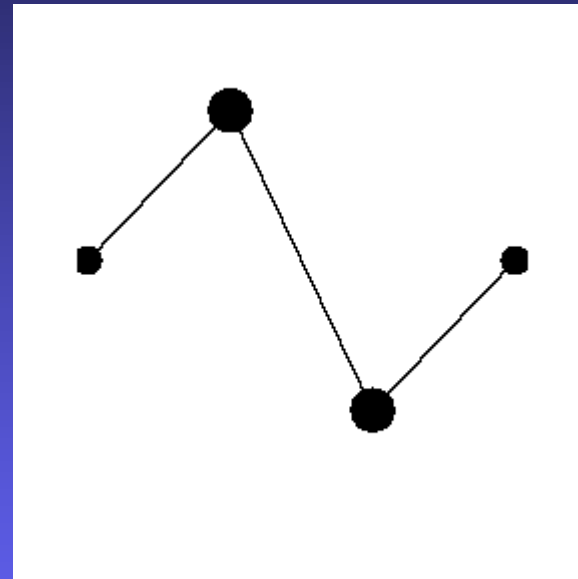
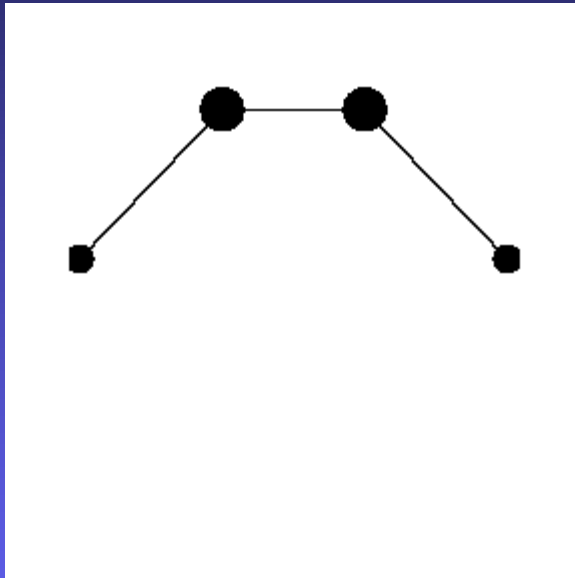
$$-\omega^2 [M] \{a\} \text{sen}(\omega t - \alpha) + [K] \{a\} \text{sen}(\omega t - \alpha) = \{0\}$$

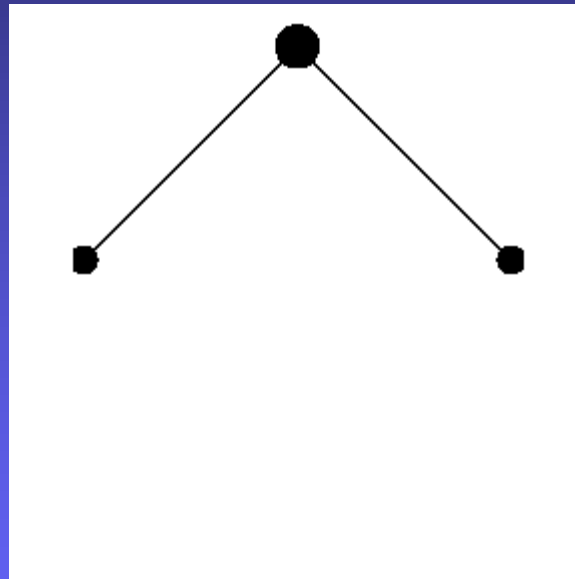
Reordenando los términos

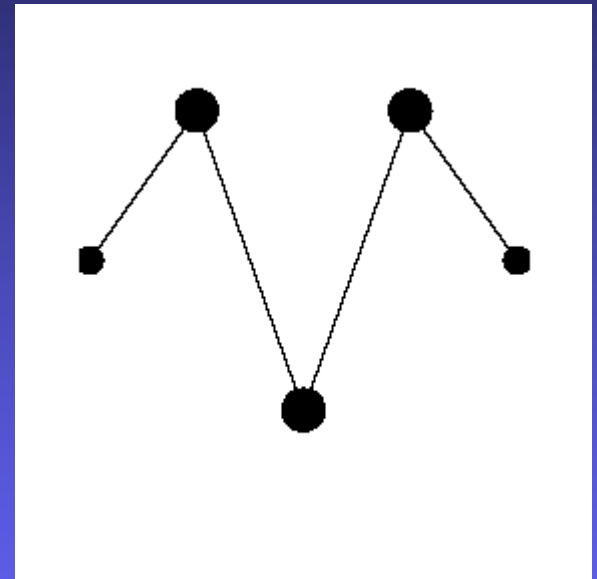
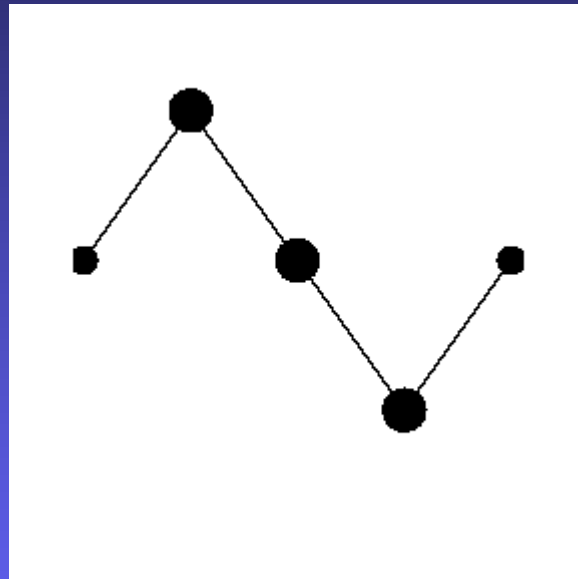
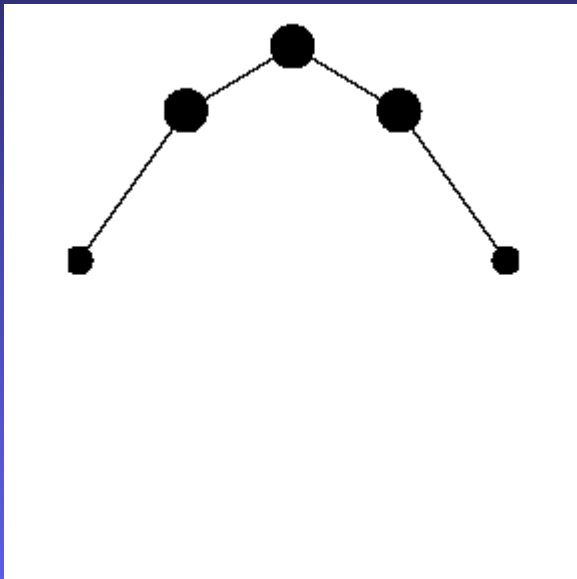
$$[[K] - \omega^2 [M]] \{a\} = \{0\}$$

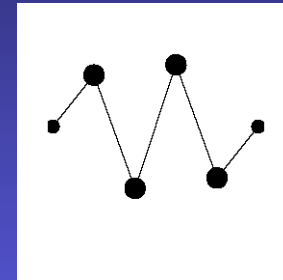
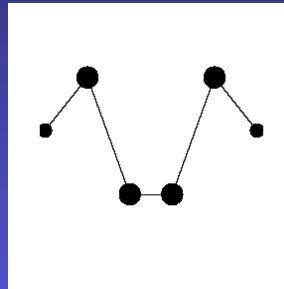
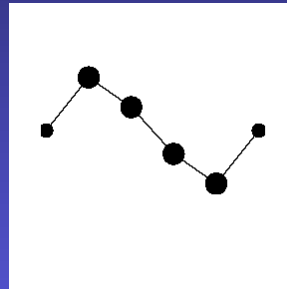
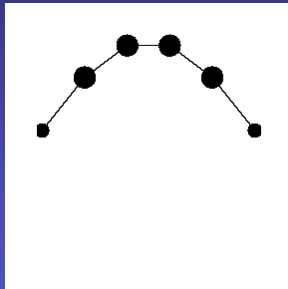
$$|[K] - \omega^2 [M]| = 0$$













## CONCLUSIONES

- La forma de vibrar de la estructura va a depender de sus características dinámicas, esto es, de su geometría, de su masa y de su rigidez.
- Es importante diseñar las estructuras fuera del rango del periodo de excitación.
- El análisis modal es muy importante ya que da las propiedades más importantes de una estructura como lo son las frecuencias de vibrar de ésta, así como sus formas modales.
- Las matemáticas son base fundamental en el análisis modal para el diseño de estructuras.





## *Referencias*

PAZ Mario.

*Dinámica Estructural. Teoría y Cálculo.*

Tercera edición

Universidad de Louisville, Kentucky, |  
USA.

SPEZIALE, Leda

*Álgebra Lineal*

Facultad de Ingeniería, UNAM

México



## Referencias

<https://www.youtube.com/watch?v=m2Y-RRo1NIg>

[https://www.youtube.com/watch?v=B593\\_GTbnDE](https://www.youtube.com/watch?v=B593_GTbnDE)

[https://www.youtube.com/watch?v=F\\_cRs9k73ss](https://www.youtube.com/watch?v=F_cRs9k73ss)

<https://www.youtube.com/watch?v=ndoLaD68s5Q>

<https://www.youtube.com/watch?v=tYCpzvvnvQBE&list=PLkiBMg7p0db07VmP8tYMhw1wLy3I0WAOG&index=2>

<https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/Pendulum/Pendulum.html>

<https://concordian-thailand.libguides.com/c.php?g=697748&p=4949497>



**ECORFAN®**

**© ECORFAN-Mexico, S.C.**

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162, 163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169, 209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. CUMex is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- ([www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)/booklets)